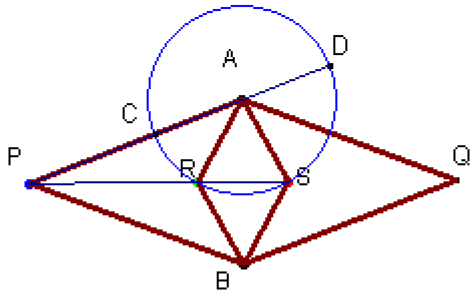
Dimostrazione

Si ha .

$$\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{QB} = \overline{PB} = a \qquad \overline{AR} = \overline{AS} = \overline{BR} = \overline{BS} = b$$

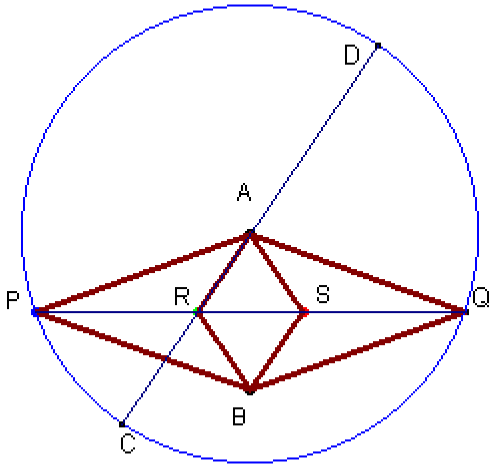
I punti P, R, S, Q sono sempre allineati (per ragioni di simmetria).



1.

Se P è imperniato al piano, tracciata la circonferenza di centro A e raggio AR per il teorema delle secanti si ha: $\overline{PR} \cdot \overline{PS} = \overline{PC} \cdot \overline{PD} = (\overline{PA} - \overline{AC}) \cdot (\overline{PA} + \overline{AC}) = a^2 - b^2$.

I punti R ed S si corrispondono nell'inversione circolare rispetto alla circonferenza con centro in P e raggio $\sqrt{a^2 - b^2}$.



2.

Se R è imperniato al piano, tracciata la circonferenza di centro A e raggio AP , per il teorema delle corde si ha (i segmenti sono orientati): .

$$RP \cdot RQ = RD \cdot RC = (b + a) \cdot (b - a) = b^2 - a^2$$

I punti P e Q si corrispondono nella antiinversione circolare rispetto alla circonferenza di centro R e raggio immaginario $\sqrt{b^2 - a^2}$.