

INVERSIONE CIRCOLARE

Nel piano (reale) π sia dato un punto (proprio) O ; presa una costante (reale) k ($\neq 0$), ad ogni punto P di π si faccia corrispondere un punto P' appartenente alla retta OP e tale che $OP \cdot OP' = k$ (in valore assoluto e segno). Si suppone $P \neq O$. Questa corrispondenza si chiama **inversione circolare** (o **trasformazione per raggi vettori reciproci**) ed è biunivoca e involutoria: non è quindi necessario distinguere il piano dei punti P da quello dei punti P' (piani sovrapposti).

L'aggettivo "**circolare**" è giustificato dal fatto che, se $k > 0$, la circonferenza " C " di centro O e raggio \sqrt{k} è **luogo di punti uniti** nella corrispondenza. " C " si chiama circonferenza di inversione; O è il centro di inversione, k la costante di inversione o potenza. Se $k < 0$, la circonferenza di inversione è immaginaria (antiinversione circolare). Assumendo un riferimento cartesiano con l'origine in O , le coordinate $(x; y)$ di P sono legate a quelle $(x'; y')$ di P' dalle seguenti relazioni:

$$x' = \frac{kx}{x^2 + y^2}$$
$$y' = \frac{ky}{x^2 + y^2}$$

Si tratta dunque di una trasformazione quadratica.

Nel seguito si dovrà supporre che il piano π sia "bucato" (cioè privo del centro di inversione). Le rette e le circonferenze di cui si parla potranno quindi essere prive di un punto.

Proprietà fondamentali dell'inversione circolare:

- Le rette per O sono unite.
- Alle rette r del piano corrispondono circonferenze passanti per O , la cui tangente in O è parallela ad r .
- A una circonferenza non passante per O corrisponde ancora una circonferenza (non passante per O).
- Le circonferenze ortogonali a quella di inversione hanno per corrispondenti se stesse.

Ricordiamo che una trasformazione si dice conforme (isogonale) quando l'angolo fra due curve qualunque passanti per P è uguale all'angolo fra le curve corrispondenti nel punto P' corrispondente di P . Se il piano è reale e gli angoli corrispondenti sono uguali anche nel verso, la trasformazione conforme è diretta, altrimenti è inversa.

L'inversione circolare è una trasformazione conforme inversa.